

**НАЦІОНАЛЬНИЙ МЕДИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ О.О.
БОГОМОЛЬЦЯ**

**Факультет підготовки іноземних громадян
Кафедра медичної і біологічної фізики та інформатики**

Методичні вказівки до виконання контрольних
робіт обговорено та схвалено на засіданні
кафедри медичної і біологічної фізики та
інформатики

Національного медичного університету
імені О.О. Богомольця

Затверджено

завідувачка кафедри, професорка, докторка
педагогічних наук

Стучинська Н.В

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
З ДИСЦИПЛІНИ:**

**«МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ У БІОТЕХНОЛОГІЧНИХ
ДОСЛІДЖЕННЯХ»**

Для студентів заочного відділення

Освітній рівень:	<u>Другий (магістерський)</u>
Галузь знань:	<u>G Інженерія, виробництво та будівництво</u>
Спеціальність:	<u>G21 «Біотехнології та біоінженерія»</u>
Освітньо-професійна програма:	<u>освітньо-професійна програма</u> <u>«Промислова та фармацевтична біотехнологія»</u> <u>другого (магістерського) рівня вищої освіти за</u> <u>спеціальністю G21 «Біотехнології та</u> <u>біоінженерія»</u>

2026 - 2027 навчальний рік

Методичні вказівки до виконання контрольних робіт з навчальної дисципліни «Математичне моделювання у біотехнологічних дослідженнях» для студентів заочного відділення за напрямом підготовки фахівців другого (магістерського) рівня вищої освіти, спеціальності G21 «Біотехнології та біоінженерія».

Розробники: завідувач кафедри, професор, доктор педагогічних наук Стучинська Н.В.; доцент, доктор педагогічних наук Микитенко П.В.; викладач Андрійчук М.Д.

Методичні вказівки до виконання контрольних робіт обговорено та схвалено на засіданні кафедри медичної і біологічної фізики та інформатики,
протокол від «28» серпня 2026 року № 1

Завідувачка кафедри медичної і
біологічної фізики та інформатики,
д.пед.н., професорка

Н.В. Стучинська

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Заочна форма навчання

Назва змістових модулів і тем	Кількість годин			
	заочна форма			
	Всього	Лекції	Практичні заняття	СРС
1	2	3	4	5
Модуль 1. Практичне застосування математичного моделювання у біотехнологічних дослідженнях				
<i>Змістовий модуль 1. Моделювання кінетики ферментативних і мікробіологічних процесів.</i>				
Тема 1. Роль математичного моделювання у біотехнологіях та біоінженерії. Види моделей: аналітичні, емпіричні, гібридні. Моделювання ферментативних та мікробіологічних процесів. Кінетика розпаду речовин. Кінетика ферментативних реакцій	9	1	2	12
Тема 2. Моделі росту мікроорганізмів (Монода, логістична, Гомперца). Моделювання росту біомаси, споживання субстрату, накопичення продукту	7	1	2	12
Тема 3. Біореактори як модульні об'єкти математичного опису. Модель періодичного біореактора з використанням субстрату (простий зв'язок). Модель виходу біомаси зі спожитого субстрату	7	1	2	12
<i>Змістовий модуль 2. Статистичне моделювання та аналіз експериментальних даних (статистика, регресія, оцінка параметрів, інтерпретація результатів).</i>				
Тема 4. Основи статистичного опису біотехнологічних даних. Побудова гістограм та оцінка варіативності. Візуалізація експериментальних результатів (Statistica/Mathcad)	7	1	2	12
Тема 5. Регресійний аналіз біотехнологічних залежностей. Побудова лінійної та поліноміальної регресій для залежностей. Оптимізація та прогнозування у біотехнологічному моделюванні	7	1	2	15
6. Контроль засвоєння модуля. Диф залік	7	-	2	10
Всього	90	5	12	73

АКТУАЛЬНІСТЬ

Сучасний розвиток біотехнології характеризується активним упровадженням кількісних методів аналізу, комп'ютерного моделювання та міждисциплінарних підходів до дослідження складних біологічних систем. Математичне моделювання стало одним із ключових інструментів прогнозування, оптимізації та інтерпретації процесів у біотехнологічних дослідженнях, зокрема у фармацевтичній біотехнології, інженерії біопроцесів, молекулярній біології та медицині.

Для студентів заочного відділення особливої актуальності набуває формування навичок самостійної аналітичної роботи, уміння застосовувати теоретичні знання для розв'язання прикладних задач та прийняття обґрунтованих рішень у професійній діяльності.

Контрольні заходи з дисципліни «Математичне моделювання у біотехнологічних дослідженнях» відіграють важливу роль у систематизації знань, перевірці рівня засвоєння навчального матеріалу та розвитку практичних компетентностей у використанні математичних моделей для опису біотехнологічних процесів.

Розроблення методичних вказівок до виконання контрольних робіт спрямоване на забезпечення єдиного підходу до структури, змісту та вимог щодо оформлення робіт, а також на підвищення якості самостійної роботи студентів. Запропоновані методичні рекомендації орієнтовані на поєднання теоретичних аспектів математичного моделювання з прикладними задачами біотехнології, що відповідає сучасним вимогам підготовки фахівців у галузі біотехнологічних досліджень.

ВСТУП

Дисципліна «Математичне моделювання у біотехнологічних дослідженнях» належить до фундаментальних компонентів професійної підготовки майбутніх фахівців біотехнологічного профілю. Вона забезпечує формування системного бачення біологічних і біотехнологічних процесів, уміння формалізувати їх у вигляді математичних моделей, аналізувати поведінку систем та прогнозувати результати експериментів.

Метою виконання контрольних робіт є закріплення теоретичних знань, набутих під час вивчення курсу, та розвиток практичних навичок застосування математичних методів і моделей для розв'язання типових і прикладних задач біотехнології. Контрольні роботи сприяють формуванню аналітичного мислення, навичок роботи з математичними рівняннями, графічною та числовою інтерпретацією результатів, а також уміння робити науково обґрунтовані висновки.

Методичні вказівки визначають порядок виконання контрольних робіт, вимоги до їх структури та оформлення, рекомендації щодо вибору та розв'язання завдань, а також критерії оцінювання. Вони призначені для студентів заочного відділення та можуть бути використані як під час самостійної підготовки до виконання контрольних робіт, так і для організації консультаційної роботи з викладачем.

ОРГАНІЗАЦІЙНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольна робота з дисципліни «Математичне моделювання у біотехнологічних дослідженнях» виконується студентами заочного відділення відповідно до навчального плану та графіка освітнього процесу.

Контрольна робота складається з **двох теоретичних питань** та **однієї задачі прикладного характеру**. Теоретичні питання спрямовані на перевірку рівня засвоєння основних понять, методів і підходів математичного моделювання в біотехнології, уміння логічно та послідовно викладати навчальний матеріал, використовувати наукову термінологію та робити узагальнення.

Практична задача передбачає застосування математичного апарату для моделювання біотехнологічного процесу або біологічної системи. Під час розв'язання задачі студент повинен продемонструвати вміння формалізувати умову задачі, обґрунтовано обрати математичну модель, виконати необхідні розрахунки, проаналізувати отримані результати та сформулювати відповідні висновки.

Варіант контрольної роботи визначається індивідуально відповідно до вимог кафедри (за номером у списку групи або іншим встановленим способом). Виконання контрольної роботи повинно бути самостійним; використання навчальної та наукової літератури допускається з обов'язковим посиланням на джерела.

Контрольна робота подається на перевірку у встановлений термін. Практичне завдання (задача) виконується з використанням відповідного програмного забезпечення за вибором студента, зокрема **Microsoft Excel, Mathcad або Python**. Обране програмне середовище повинно забезпечувати коректну реалізацію математичної моделі, виконання розрахунків та наочне подання результатів (таблиці, графіки тощо).

Відповіді на теоретичні питання оформлюються у текстовому вигляді та подаються у **роздрукованому форматі** з дотриманням вимог до наукового стилю викладу та використання фахової термінології.

Студент зобов'язаний підготуватися до **захисту контрольної роботи**, який проводиться під час екзаменаційної сесії. Захист передбачає усне обґрунтування отриманих результатів, пояснення вибору математичних моделей і програмних засобів, а також відповіді на запитання викладача.

До захисту контрольна робота повинна бути **подана на кафедру у роздрукованому та електронному вигляді** у встановлені терміни. Електронна версія роботи має повністю відповідати друкованому варіанту та містити всі необхідні файли (текст роботи, розрахунки, програмні коди або файли моделей).

Важливо: оцінка за контрольну роботу повинна бути виставлена до початку екзаменаційної сесії. Студент, який не подав контрольну роботу у встановлений термін або не отримав позитивну оцінку, до складання сесії не допускається.

ТЕМИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

ВАРІАНТ 1.

1. Класифікація математичних моделей у біотехнологічних дослідженнях (аналітичні, емпіричні, гібридні).
2. Основи статистичного опису біотехнологічних даних. Візуалізація експериментальних результатів
3. Практичне завдання. Моделювання кінетики розпаду речовин. Записати математичну модель задачі. Використовуючи вхідні дані провести математичне та комп'ютерне моделювання. Дано: Початкова концентрація субстрату 150 мг/л, $k=0,05 \text{ год}^{-1}$; Обчислити концентрацію через 5, 10 і 15 годин.
4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 2.

1. Моделювання ферментативних та мікробіологічних процесів. Кінетика розпаду речовин.
2. Оптимізація та прогнозування у біотехнологічному моделюванні.
3. Практичне завдання. Статистичного опис біотехнологічних даних. В ході дослідження проводилося культивування бактерій **Bacillus subtilis**, після чого у 10 пробах було виміряно активність ферменту, який бактерії продукують у результаті метаболізму. Потрібно оцінити стабільність ферментативної активності в серії зразків – це важливо для відтворюваності процесу та якості продукту. Знайти: середнє значення, стандартне відхилення, дисперсію, коефіцієнт варіації, помилку середнього. Зробити висновок щодо стабільності ферментативної активності. Маємо вибірку з 10 значень активності ферменту (од/мл):
 $x = [12.3, 11.8, 12.1, 12.6, 11.9, 12.4, 12.0, 12.2, 11.7, 12.5]$
4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 3.

1. Моделі росту мікроорганізмів (Монода, логістична, Гомперца).
2. Регресійний аналіз біотехнологічних залежностей.
3. Практичне завдання. Моделювання ферментативних та мікробіологічних процесів. У біореактор протягом ферментації постійно подають глюкозу зі швидкістю $R = 1.2 \text{ г/(л·год)}$. Глюкоза розпадається мікроорганізмами з константою швидкості $k = 0.3 \text{ год}^{-1}$. Початкова концентрація глюкози $C_0 = 0 \text{ г/л}$. Записати математичну модель. Побудувати графік зміни концентрації глюкози протягом 10 годин. Дано: $C_0=0$ початкова концентрація глюкози; $k=0.3$ коеф. розпаду; $R=1.2$ коеф. подачі глюкози.
4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 4.

1. Біореактори (ферментери). Види біореакторів, призначення.
2. Основи статистичного опису біотехнологічних даних (середнє, медіана, дисперсія, стандартне відхилення тощо). Побудова гістограм та оцінка варіативності.
3. Практичне завдання. На підприємстві культивують штам бактерій для виробництва ферменту. Записати математичну модель росту біомаси (рівняння Ф е р х ю л ь с т а). Провести комп'ютерне моделювання (довільний вибір програмного забезпечення). Побудувати графік росту біомаси. Дано: $X_0=0.1$ г/л початкова біомаса; $K=10$ максимальна біомаса; $r = 0.5$ питомий коефіцієнт росту. $t_0=0$; $t_k=48$ $\Delta t = 0.1$
4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 5.

1. Логістична модель росту популяції мікроорганізмів. Моделі популяційної динаміки клітин.
2. Регресійний аналіз біотехнологічних залежностей. Побудова лінійної та поліноміальної регресій. Прогнозування у біотехнологічному моделюванні.
3. Практичне завдання. Прогноз динаміки накопичення продукту у ранній фазі ферментації. На підготовчому етапі оптимізації технології синтезу вторинного метаболіту було виконано серію коротких ферментацій для визначення початкової динаміки накопичення продукту. На ранніх етапах (поки культура не вичерпала субстрат) накопичення продукту можна апроксимувати експоненційною функцією. Побудувати експоненційну модель на основі наданих даних і спрогнозувати кількість продукту на 3,5 та 4,0 годину від початку ферментації.
4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

Час t (год)	Продукт (г/л)
0,5	0,08
1,0	0,15
1,5	0,18
2,0	0,30
2,5	0,48
3,0	0,60
3,5	
4,0	

ВАРІАНТ 6.

1. Роль математичного моделювання у біотехнологіях та біоінженерії. Види моделей.
2. Моделі росту мікроорганізмів (Монода, логістична, Гомперца).
3. Практичне завдання. Кореляційний аналіз між швидкістю росту культури та споживанням субстрату.

№	μ (1/год)	q_s (ммоль/г·год)
---	------------------	------------------------

Під час оптимізації біотехнологічного процесу дослідники вивчають, як зміна швидкості росту мікроорганізмів пов'язана зі швидкістю споживання глюкози. Були проведені 10 незалежних культивувань у лабораторному біореакторі. Для кожного експерименту виміряли: μ (1/год) — специфічна швидкість росту; q_s (ммоль/г·год) — швидкість споживання субстрату. Визначити ступінь зв'язку між μ та q_s по коефіцієнту кореляції Пірсона)? Побудувати діаграму розсіювання.

1	0,21	1,9
2	0,28	3,1
3	0,25	2,7
4	0,33	3,8
5	0,3	3,7
6	0,27	2,6
7	0,27	3,0
8	0,35	4,0
9	0,31	3,8
10	0,22	2,7

- Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 7.

- Математичне моделювання ферментативних та мікробіологічних процесів. Комп'ютерна реалізація моделей.
- Статистичне моделювання та аналіз експериментальних даних (описова статистика, регресія, оцінка параметрів).
- Практичне завдання. Поліноміальна регресія (прогноз). Вимірювали біомасу (г/л) у біореакторі в моменти часу t (години). Потрібно побудувати поліноміальну модель 2-го порядку (квадратичну) після останнього вимірювання та спрогнозувати ріст біомаси через 7,8,9,10 годин. Зробити висновки.
- Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

t	S, біомаса
1	0,5
2	0,8
3	1,3
4	2
5	2,4
6	3,5
7	4,4
8	5,5
9	6,7
10	8,1

ВАРІАНТ 8.

- Основи статистичного опису біотехнологічних даних (середнє, медіана, дисперсія, стандартне відхилення тощо).
- Моделі популяційної динаміки клітин. Логістична модель росту популяції мікроорганізмів.
- Практичне завдання. Модель Монода для росту мікроорганізмів. У біореакторі культивуються бактерії *Escherichia coli* для виробництва рекомбінантного білка. Відомо, що швидкість росту описується моделлю Монода:

$$\mu(S) = \mu_{\max} \cdot \frac{S}{K_s + S}$$

Використовуючи вхідні дані провести математичне та комп'ютерне моделювання. Дано: $\mu_{\max} = 0.6$ максимальна питома швидкість росту; $K_s = 0.2$ константа насичення субстратом; $S_0 = 5$ початкова концентрація субстрату; $X_0 = 0.1$ початкова біомаса; $Y_{xs} = 0.5$ коефіцієнт виходу

біоаси; S – діапазон концентрації субстракту, змінюється від 0 до 1 з кроком 0.1.

4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 9.

1. Статистичне моделювання. Побудова гістограм та оцінка варіативності. Інтерпретація результатів моделювання.
2. Біореактори (ферментери). Види біореакторів, призначення.
3. Практичне завдання. Моделювання росту мікроорганізмів. Модель Мальтуса. На біотехнологічному підприємстві культивують бактерії для виробництва ферменту. Початкова чисельність клітин становить $N_0=5 \cdot 10^6$ клітин/мл. Відомо, що у сприятливих умовах швидкість зростання популяції описується моделлю Мальтуса: $\frac{dN}{dt} = rN$ Провести комп'ютерне моделювання. Програмне забезпечення студент обирає самостійно, (Microsoft Excel, Mathcad, Python тощо).
4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ВАРІАНТ 10.

1. Описати моделі росту мікроорганізмів (Монода, логістична, Гомперца). Навести приклади застосування.
2. Оптимізація та прогнозування у біотехнологічному моделюванні.
3. Практичне завдання. Залежність швидкості реакції від концентрації субстрату. Модель Міхаеліса–Ментена. Дано: $k=2$ константа Міхаеліса–Ментена; $V_{\max} = 10$ максисмальна швидкість реакції; $V(S)$ швидкість реакції для кожного значення S . Математична модель:

$$V(S) := V_{\max} \cdot \left(\frac{S}{k + S} \right)$$

провести математичне та комп'ютерне моделювання. Програмне забезпечення студент обирає самостійно, (Microsoft Excel, Mathcad, Python тощо).

4. Підготувати звіт з виконаної роботи для захисту роботи. У роздрукованому вигляді, або зробити презентацію.

ЛІТЕРАТУРА

1. Чалий, О.В., Стучинська, Н.В, Меленєвська, А.В. Вища математика: Навч.посібник для студ. мед. та фарм. навч. закладів. – К.: Техніка, 2001. – 204 с.
2. Стучинська, Н., Андрійчук, М., & Микитенко, П. (2025). Значення математичних моделей SIR та SEIR у формуванні професійних компетентностей майбутніх магістрів фармації. *Медицина та фармація:*

- освітні дискурси, (1), 131–138. <https://doi.org/10.32782/eddiscourses/2025-1-21>
3. Кінетичне моделювання біохімічних реакцій із застосуванням аналітичного інструментарію Mathcad К.О. Чалий, І.П. Кривенко, М.Д. Андрійчук. *Медична наука України (МДУ)*, 2024. 20 (2), 68-78 <https://doi.org/10.32345/2664-4738.2.2024.09>
 4. Стучинська, Н. В., Андрійчук, М. Д., & Микитенко, П. В. (2025). Оптимізація виробничих та логістичних задач у фармації засобами математичного та комп'ютерного моделювання. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, (1(8)). [https://doi.org/10.20998/2222-0631.2025.01\(8\).14](https://doi.org/10.20998/2222-0631.2025.01(8).14)
 5. Стучинська, Н. В., & Храпійчук, Г. В. (2025). Використання методів математичного та комп'ютерного моделювання для дослідження фармакокінетичних процесів. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, (1(8)). [https://doi.org/10.20998/2222-0631.2025.01\(8\).01](https://doi.org/10.20998/2222-0631.2025.01(8).01)
 6. Дігтяр, С. В., Єлізаров, М. О., Мазницька, О. В., Никифорова, О. О., Новохатко, О. В., Пасенко, А. В., & Сакун, О. А. (2021). *Галузі сучасної біотехнології: Підручник для студентів спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія»* (Заг. ред. В. В. Никифорова). Кременчук: ПП Щербатих О. В.

Примітка.

Контрольні роботи відправляти електронну скриньку кафедри kmbf500@ukr.net Роботи зберігати у форматі Word (docx, doc); Excel (xlsx, xls); MathCAD (mcd, mcdx) ; Python (py, рус) ; PowerPoint (pptx, ppt).

Ім'я файлу має містити прізвище та номер групи. Наприклад: 15801 КР_Носик Євгеній. Docx.

Роздруковані роботи здавати на кафедру проспект Берестейський 34, Морфологічний корпус кабінет 325.