

Визначення розподілу навантаження в біомеханічній системі «зубний ряд–шина–кістка» у дітей з травмами зубів

Determination of Load Distribution in the Biomechanical System «Tooth Row–Splint–Bone» in Children with Injuries of Teeth

Ковтун Т.О., ас.

Національний медичний університет ім.

О.О. Богомольця, Київ

Kovtun T.O.

Bogomolets national medical university, Kyiv

Адреса для кореспонденції:

Ковтун Тетяна Олександрівна

e-mail: 2704020@ukr.net

Мета: Покращити умови відновлення анатомо-функціональної цілісності травмованих зубів у дітей внаслідок визначення полів розподілу еквівалентних за Мізесом напружень у кортикальному та губчастому шарах альвеолярної кістки верхньої щелепи. **Методи:** За об'єкт дослідження вибрано тривимірні комп'ютерні моделі біомеханічної системи верхньої щелепи з шинувальною системою фіксації зубного ряду, використана методика та алгоритм імітаційного математичного моделювання напружено-деформованого стану. **Результати:** Проведено аналіз отриманих показників та визначено, що найбільшого навантаження зазнає альвеола центрального різця при повністю сформованому корені та відсутності контактів між суміжними зубами. Вивихування травмованих зубів та нестабільність у системі «зубний ряд–шина–кістка» спричиняє рівнодійна векторів P_{y1} (згин) та P_{z1} (стиск), яка спрямована знизу–вгору та зсередини–назовні, що обумовлює необхідність зменшення навантаження на травмований зуб. **Висновки:** При травмі зубів зі сформованими на 70% коренями та відсутності контактів між зубами, під дією векторів на згин виникали найбільші значення полів переміщень та полів напружень, що свідчить про значне навантаження кісткових структур у ділянці вивихнутого зуба, але такі перевантаження не перевищували граничних величин.

Ключові слова: травма зубів, напружено-деформований стан, біомеханічна система, CAD/CAE-технології, вектор навантаження.

Purpose: To improve the conditions for the restoration of the anatomical and functional integrity of injured teeth in children by determining the distribution areas of Mises equivalent stresses in the cortical and spongy layers of the alveolar bone of the upper jaw. **Methods:** Three-dimensional computer models of the biomechanical system of the upper jaw with a tussive fixing system of the denture series were selected for the research object, the method and algorithm of simulation mathematical modeling of the stress-strain state were used. **Results:** The analysis of the obtained indices was made and it was determined that the most significant load alveolar of the central incisor received at the completely formed root and the absence of contacts between the adjacent teeth. The elaboration of injured teeth and instability in the «tooth row–splint–bone» system contributes to the equivalence force of the P_{y1} (bend) and P_{z1} (tip) vectors directed from the bottom-up and from the inside-out, which makes it necessary to reduce the load on the injured tooth. **Conclusions:** In the event of trauma of teeth with 70% roots formed and absence of contact between teeth, the greatest values of displacement and stress fields appeared due to the action of vectors on the bend, indicating a significant load of bone structures in the area of the dislocated tooth, but such overloads did not exceed the limit values.

Key words: trauma of teeth, stress-deformed state, biomechanical system, CAD/CAE technology, load vector.

ВСТУП

Обираючи вид іммобілізації при травмах зубів у дітей, необхідно враховувати виникнення перевантажень в біомеханічній системі «зубний ряд–шина–кістка» [1–5]. У науковій літературі наявні поодинокі дані про важливість цього фактора [6, 17]. Вивчення вказаних характеристик за CAD/CAE-технологіями є найінформативнішим та найсучаснішим інструментом дослідження міцності та жорсткості біомеханічної системи «зубний ряд–шина–кістка» у дітей. Визначення зон перевантажень у різних ділянках альвеолярного відростка верхньої щелепи дасть можливість обрати оптимальний вид фіксувального пристрою та визначити термін іммобілізації. Мета роботи – покращити умови відновлення анатомо-функціональної цілісності травмованих зубів у дітей внаслідок визначення полів розподілу еквівалентних за Мізесом напружень у кортикальному та губчастому шарах альвеолярної кістки верхньої щелепи.

МАТЕРІАЛ І МЕТОДИ

Об'єктом дослідження вибрано тривимірні комп'ютерні моделі біомеханічної системи (БС) верхньої щелепи з шинувальною системою фіксації зубного ряду. Для вирішення поставлених задач були створені моделі напружено-деформованого стану (НДС) БС верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного ряду, використана методика та алгоритм імітаційного математичного моделювання НДС БС за допомогою методів CAD/CAE та даних знімків комп'ютерної томографії (КТ) [1, 4].

Відтворення просторової геометрії біологічного об'єкта верхньої щелепи з зубами проведено із застосуванням даних знімків КТ дитини 12 років. Пористу, неоднорідну структуру кіст-

кової тканини апроксимовано кортикальним та губчастим шарами, для моделей зубів виділено шари емалі, дентину та періодонтальної зв'язки, які отримано зі знімків КТ за відповідними значеннями величин Гаунсфілда [7]. Відтворення тривимірної твердотільної моделі верхньої щелепи з зубами та шиною проведено в CAD пакеті CATIA. В рамках поставленої задачі зімітовано геометрію верхньої щелепи здорової дитини із симетричним розташуванням зубів 13, 12, 11, 21, 22, 23 (мал.1). Ізотропні механічні властивості матеріалів структурних елементів біомеханічної системи отримані за даними літературних джерел [8–15].

У представленій роботі розглянуто два крайні фізіологічно можливих варіанти напрямків функціонального силового навантаження зубів для моделей біомеханічних систем верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного ряду. Напрямок дії векторів зусиль визначено шістьма локальними системами координат, які були розташовані на відповідних ділянках зубів. Навантаження представлені «стискальним» P_{zi} та «згинальним» P_{yi} векторами зусиль. Загалом було створено та досліджено 24 моделі з комбінаціями параметрів: довжини коренів зубів 100% і 70%, 3-ма варіантами розташування шин, 2-ма варіантами контактних умов між зубами та векторами навантажень на стиск та згин.

Оцінка адекватності результатів комп'ютерного математичного моделювання напружено-деформованого стану біомеханічних систем проведена в процесі перевірок повноти і коректності вхідних даних дискретної моделі, кореляції розрахункових зусиль, напружень і деформацій з емпіричними і літературними даними [18].

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Попередніми дослідженнями встановлено, що при дії навантаження на стиск (P_{zi}) та на згин (P_{yi}) на коронку травмованого зуба з повною довжиною кореня та при наявності або відсутності контактів між суміжними зубами, оптимальний рівень накладання шинувальної конструкції визначається в ділянці екватора коронок зубів. Саме в цьому положенні система стабільніша. При дії навантаження на стиск (P_{zi}) та на згин (P_{yi}) на коронку травмованого зуба з 70% довжиною кореня, сформованого або резорбованого на 1/3, та наявності контактів між суміжними зубами, оптимальний рівень накладання шинувальної конструкції визначається в нижній третині коронки, а в разі відсутності контакту суміжних зубів – у ділянці середини коронки зуба. За таких умов іммобілізації травмованих зубів були вивчені напруження, що виникають в кістковій тканині альвеолярного відростка.

У всіх випадках травматичного ураження зубів у дітей ми розглядали травмовану ділянку як цілісну біологічну та функціональну систему, що складається з зуба та пародонту. Моделі навантаження були представлені векторами одиничних зусиль. З аналізу отриманих результатів встановлені якісні характеристики полів переміщень та полів напружень. Результати експериментальних розрахунків еквівалентних за Мізесом напружень у кортикальному шарі під дією векторів на стиск та згин показали розподіл навантаження в комірках зубів (табл. 1). Для спрощення проведення аналізу отриманих результатів експериментальних розрахунків усі варіанти комбінації закладених параметрів дослідження були нами «закодовані» (табл. 2).

Таблиця 1. Відносні величини максимальних еквівалентних за Мізесом напружень у кортикальних шарах альвеол біомеханічної системи верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного ряду

		Відносні величини максимальних еквівалентних напружень в кортикальних шарах альвеол верхньої щелепи, %							
		Навантаження P _{zi} (стиск)				Навантаження P _{yi} (згин)			
Положення шини	Номер зуба	100% кореня зуба		70% кореня зуба		100% кореня зуба		70% кореня зуба	
		Конт.	Без конт.	Конт.	Без конт.	Конт.	Без конт.	Конт.	Без конт.
Нижня третина коронки зуба	1	66	112	49	96	83	106	38	63
	2	62	65	48	46	50	41	38	30
	3	100	100	100	100	100	100	100	100
Середина коронки зуба	1	64	113	50	96	86	107	38	64
	2	60	65	48	46	50	41	38	30
	3	100	100	100	100	100	100	100	100

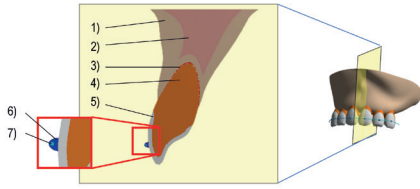
Таблиця 2. Варіанти комбінації закладених параметрів експериментальних розрахунків

Положення шини (коронка зуба)	Навантаження P _{zi} (стиск)				Навантаження P _{yi} (згин)			
	100% кореня зуба	100% кореня зуба	70% кореня зуба	70% кореня зуба	100% кореня зуба	100% кореня зуба	70% кореня зуба	70% кореня зуба
	Конт.	Без конт.	Конт.	Без конт.	Конт.	Без конт.	Конт.	Без конт.
Середина	P _{zi} 100к	P _{zi} 100б	P _{zi} 70к	P _{zi} 70б	P _{yi} 100к	P _{yi} 100б	P _{yi} 70к	P _{yi} 70б
Нижня третина	P _{zi} 100к	P _{zi} 100б	P _{zi} 70к	P _{zi} 70б	P _{yi} 100к	P _{yi} 100б	P _{yi} 70к	P _{yi} 70б

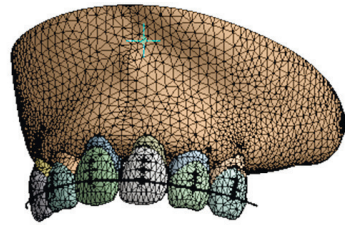
Навантаження у групі P_{zi}100к розподіляється майже рівномірно між альвеолами центрального і латерального різців та становить 2/3 від навантаження на третю комірку. У групі P_{zi}100б відбувається перевантаження альвеоли центрального різця, тоді як показники латерального різця та ікла залишаються сталими. У групі P_{yi}100к розподіл навантаження інакший, а саме: перевантаження збільшується порівняно з P_{zi} навантаженням в альвеолі центрального різця на 17%, а латерального – на 12%. У групі P_{yi}100б перевантаження альвеоли центрального різця більше, ніж ікла, але менше ніж при навантаженні P_{zi}. В комірці латерального різця навантаження в 2,5 раза менше, ніж центрального різця, та в 1,5 раза, ніж при P_{zi} навантаженні. У групі P_{zi}70к навантаження розподіляється приблизно рівномірно між альвеолами центрального та латерального різців та становлять 1/2 від

навантаження третьої комірки. У групі P_{zi}70б альвеола центрального різця зазнає найбільшого навантаження – показники збільшуються майже вдвічі, тоді як показники латерального різця та ікла залишаються сталими. У групі P_{yi}70к навантаження розподіляється однаково між альвеолами центрального та латерального різців та становлять більше 1/3 від навантаження комірки ікла. У групі P_{yi}70б збільшується навантаження альвеоли центрального різця майже вдвічі порівняно з групою P_{yi}70к, тоді як показники альвеоли латерального різця зменшуються, а комірки ікла залишаються сталими. Аналізуючи ці показники, можна визначити, що найбільшого навантаження зазнає альвеола центрального різця при повністю сформованому корені та відсутності контактів між суміжними зубами. Оскільки ці зуби травмуються найчастіше, перевантаження кісткових структур погіршує умови відновлення

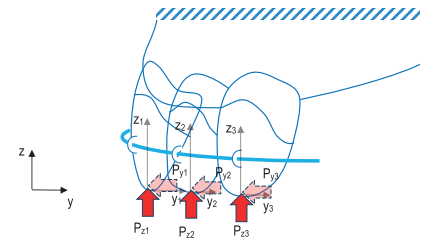
функціональної спроможності травмованих тканин. Актуальним є питання виведення із прикусу травмованого зуба для гармонійного відновлення пошкоджених структур – «зуб–кістка». Якщо розглядати навантаження P_{yi} (згин) та P_{zi} (стиск) як вектори (мал. 3), що прикладені до тіла в одній точці, то згідно з аксіомою паралелограма сил, – сила, знайдена через побудову паралелограма сил, є рівнодійною цих сил та чисельно рівна діагоналі паралелограма. Отже, рівнодійна векторів P_{yi}(згин) та P_{zi}(стиск) буде спрямована знизу–вгору та зсередини–назовні, тобто в напрямку, що спричиняє вивихування травмованих зубів. При дії навантажень P_{yi}(згин) та P_{zi}(стиск) найбільші концентрації напружень в кортикальному шарі кістки виникають на передній і задній поверхнях альвеоли іклів (мал. 3). Кортикальний шар альвеолярного відростка з піднебінного боку в проекції



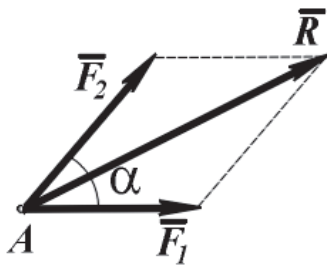
Мал. 1. Твердотільна комп'ютерна біомеханічна модель верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного ряду: 1) кортикальна кістка; 2) губчаста кістка; 3) періодонтальна зв'язка; 4) дентин; 5) емаль; 6) клей; 7) сталевий дріт



Мал. 2. Скінчено-елементна модель верхньої щелепи з шинувальною системою фіксації зубного ряду (165418 вузлів; 78752 скінчених елементів)

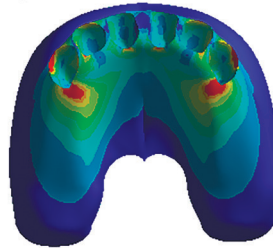
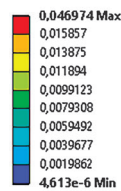


Мал. 3. Схема навантаження біомеханічної системи верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного ряду.



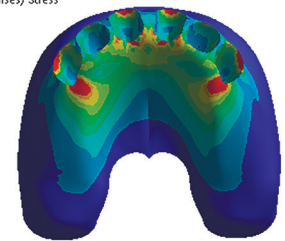
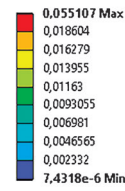
Мал. 4. Паралелограм сил, де F_1 та F_2 вектори навантаження, прикладені в одній точці, α — кут між ними, R — рівнодійна

J: Py 70 Cont Top
Cort_Stress
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1



Мал. 5. Поля розподілу еквівалентних за Мізесом напружень в кортикальному шарі кістки з шинувальною конструкцією зубного ряду у групі $P_{yi}70к$

M: Py 70 Nocont Top
Cort_Stress
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1



Мал. 6. Поля розподілу еквівалентних за Мізесом напружень в кортикальному шарі кістки у нижньому положенні шини у групі $P_{yi}70б$

дистальної поверхні альвеоли ікла зазнає значного навантаження. Наявність контакту між суміжними зубами призводить до вирівнювання величин градієнтів еквівалентних за Мізесом напружень у кортикальних шарах альвеол 1-го та 2-го зубів, що в 2,6 разів менше, ніж в кортикальних шарах альвеол іклів (мал. 5).

При відсутності контакту між зубами в кортикальному шарі альвеол 2-го зуба виникають напруження на 2/3 менші від напружень в альвеолі 3-го зуба, а в комірці 1-го зуба максимальні напруження на 1/3 менші ніж ті, що в 3-й (мал. 6). Водночас, зберігається тенденція до перевантаження кортикального шару альвеолярного відростка з піднебінного боку в проекції дистальної поверхні альвеоли ікла.

Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у губчастому шарі кістки інакший: ділянки найбільшого навантаження розташовані на мезіальних

та дистальних поверхнях комірок центральних зубів, дистальних поверхнях комірок других різців та мезіальних та піднебінних поверхнях комірок іклів. При цьому напруження в комірках перших різців концентруються на верхівці мезіальної стінки альвеоли (між зубами) та на дні латеральної стінки, а іклів — на верхівках мезіальної стінки та на піднебінній поверхні (мал. 7).

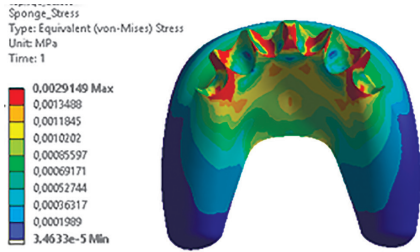
У групі $P_{yi}70б$, в якій визначено найбільші значення полів переміщень та полів напружень, проведено моделювання напружено-деформованого стану при дії функціональних величин навантажень на зуби з розрахунку $P_{\Sigma} = 800 \text{ N}$ на всю щелепу [15] для встановлення критичних значень напруження у структурних елементах біомеханічної системи (мал. 8, 9).

За результатами моделювання напружено-деформованого стану біомеханічної системи верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного

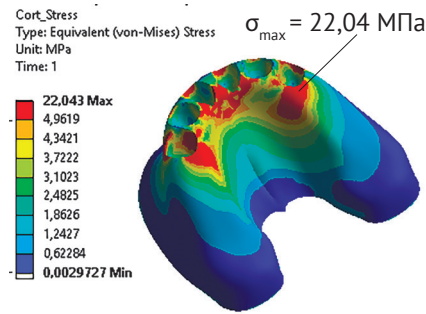
ряду при дії функціонального навантаження визначено, що напруження, які виникають в структурних елементах біомеханічної системи, не перевищують граничних величин, що підтверджують показники 22,4 МПа для кортикальної кістки та 1,17 МПа для губчастої кістки.

ВИСНОВКИ

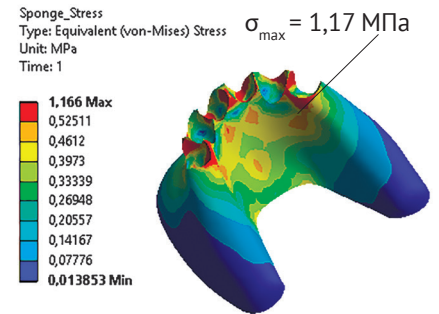
У біомеханічній системі «зубний ряд–шина–кістка» найбільшого навантаження зазнає кортикальний шар альвеолярного відростка з піднебінного боку в проекції дистальної поверхні альвеоли та на верхівках медіальної стінки ікла, а губчастий шар — в комірках перших різців на верхівці мезіальної стінки альвеоли (між зубами) та на дні латеральної стінки. Встановлено, що найбільш перевантажена альвеола центрального різця при повністю сформованому корені та відсутності контактів між суміжними зубами



Мал. 7. Поля розподілу еквівалентних за Мізесом напружень у губчастому шарі кістки біомеханічної системи верхньої щелепи з шинувальною конструкцією зубного ряду у нижньому положенні шини у групі P_{yi}70б.



Мал. 8. Поля розподілу еквівалентних за Мізесом напружень в кортикальному шарі кістки при дії функціональних навантажень



Мал. 9. Поля розподілу еквівалентних за Мізесом напружень у губчастому шарі кістки при дії функціональних навантажень

(групи P_{zi}100б та P_{yi}100б), що погіршує ефективне відновлення травмованих структур. Вивихування травмованих зубів та нестабільність у системі «зубний ряд–шина–кістка» спричиняє рівнодійна векторів P_{yi}(згин) та P_{zi}(стиск), яка спрямована знизу–вгору та зсередини–назовні, що зумовлює необхідність зменшення навантаження на травмований зуб. При травмі зубів зі

сформованими на 70% коренями та відсутності контактів між зубами, під дією векторів на згин виникали найбільші значення полів переміщень та полів напружень, що свідчить про значне навантаження кісткових структур у ділянці вивихнутого зуба, але такі перевантаження не перевищували граничних величин.

Немає жодного конфлікту інтересів, який міг би завдати шкоди неупередженості дослідження. Це дослідження не отримало ніякої фінансової підтримки від державної, громадської чи комерційної організації.

Автор висловлює щире подяку професору Яковенко Людмилі Миколаївні за критичне читання та редагування рукопису.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- Маланчук В.О. Імітаційне комп'ютерне моделювання в щелепно-лицевій хірургії / В.О. Маланчук, М.Г. Кришук, А.В. Копчак. – К.: Видавничий дім «Асканія», 2013. – 231 с.
- Гиляева Р.Ф., Селянинов А.А., Мартюшева М.В., Подгаец Р.М. Механические аспекты шинирования зубного ряда // Российский журнал биомеханики, 2009, том 13, № 3 (45): 63–72.
- Єщенко В.О. Імітаційне моделювання напружено-деформованого стану біомеханічних систем для кісток кінцівок та щелепи людини з пошкодженнями. – Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія машинобудування. 2013. – №2 (68). – С. 84–91.
- Леоненко П.В., Єщенко В.О. Скінчено-елементний аналіз імітаційної трьохвимірної моделі біомеханічної системи «кісткова тканина–дентальний імплантат–супраконструкція» / П.В. Леоненко, В.О. Єщенко // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – 2012. – №65. – С. 105–109.
- Павленко О.В., Леоненко П.В., Кришук М.Г., Єщенко В.О. Рациональне планування хірургічних та ортопедичних реконструктивних заходів шляхом створення індивідуальних імітаційних моделей біомеханічної системи з дентальними імплантатами. // Вісник Української медичної стоматологічної академії. – П., 2013. – №21, Т. 13. – С. 25–29.
- Мандзюк Т., Вовк В. Огляд проблем комп'ютерного моделювання біомеханічних систем у стоматології // Вісник львів. ун-ту Сер. прикл. матем. та інформ. 2008. – Вип. 14. С. 105–122.
- Маланчук В.О., Кришук Н.Г., Короткоручко А.А. Особливості відтворення функціональних навантажень в імітаційних моделях кісток середньої зони обличчя // Український медичний часопис №2 (82) III – IV 2011 р.
- Чуйко А.Н. Биомеханика в стоматологии: монография / А.Н. Чуйко, И.А. Шинчуковский. – Х.: Изд-во «Форт», 2010. – 516 с., ил.
- Geramy A., Adibrad M., Sahabi M. The effects of splinting periodontally compromised removable partial denture abutments on bone stresses: a three-dimensional finite element study // J Dent Sci 2010;5(1):1–7.
- del Castillo McGrath M.G., Araujo-Monsalvo V. M., Murayama N., Martinez-Cruz M.M., Justus-Doczi R., Dominguez-Hernandez V.M., Ondarza-Roviraa R. Mandibular anterior intrusion using miniscrews for skeletal anchorage: A 3-dimensional finite element analysis. // American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics October 2018. – Vol. 154. – Issue 4.
- Minch L.E., Sarul M., Nowak R., Kawala B., Antoszewska-Smith J. Orthodontic intrusion of periodontally-compromised maxillary incisors: 3-dimensional finite element method analysis // Adv Clin Exp Med. 2017;26(5):829–833.
- Sagal A.Y., Maruo H., Argenta M.A., Maruo I.T., Tanaka O.M. Orthodontic intrusion of maxillary incisors: a 3D finite element method study // Dental Press J Orthod. 2016 Jan-Feb;21(1):75–82.
- Heravi et al. Effects of crown-root angle on stress distribution in the maxillary central incisors' PDL during application of intrusive and retraction forces: a three-dimensional finite element analysis // Progress in Orthodontics 2013, 14:26.
- Gerami et al. Displacement and force distribution of splinted and tilted mandibular anterior teeth under occlusal loads: an in silico 3D finite element analysis // Progress in Orthodontics (2016) 17:16.
- Kamble R.H., Lohkareb S., Harareyc P.V., Mundadad R.D. Stress distribution pattern in a root of maxillary central incisor having various root morphologies A finite element study // Angle Orthodontist, Vol 82, No 5, 2012.

16. Grybauskas S, et al. Virtual planning of a composite model of bone and teeth to facilitate the adjustment of a hybrid distractor for the transport of alveolar bone // *Br J Oral Maxillofac Surg* (2017), <http://dx.doi.org/10.1016/j.bjoms.2017.04.009>
17. Hemanth M., Shilpi deoli., Raghuvveer H.P, Rani M.S., Hegde C., Vedavathi B. Stress Induced in the Periodontal Ligament under Orthodontic Loading (Part I): A Finite Element Method Study Using Linear Analysis // *Journal of International Oral Health* 2015; 7(8):129-133.
18. Liao Zhipeng, Chen Junning, Li Wei, Darendeliler MALi, Swain Michael, Li Qing. Biomechanical Investigation into the Role of the Periodontal Ligament in Optimising Orthodontic Force: A Finite Element Case Study // *Archives of Oral Biology* <http://dx.doi.org/10.1016/j.archoralbio.2016.02.012>.

REFERENCES

1. Malanchuk, V.O., Kryshchuk, M.H., Kopchak, A.V. (2013). *Imitatsiine kompiuterne modeliuвання v shchelepno-lytsevi khirurgii*. K.: Vydavnychi dim «Askaniia», 231 (in Ukrainian).
2. Giljazeva, R.F., Seljaninov, A.A., Martjusheva M.V., Podgaec, R.M. (2009). Mehanicheskie aspekty shinirovaniya zubnogo rjada. *Rossiiskij zhurnal biomehaniki*, 13, 3 (45): 63–72 (in Russian).
3. Yeshchenko, V.O. (2013). Imitatsiine modeliuвання napruzhenno-deformovanoho stanu biomekhanichnykh system dlia kistok kintsivok ta shchelepy liudyny z poshkodzhenniamy. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskiy politekhnichnyi instytut»*. Seriya mashynobuduvannya, 2 (68), 84-91 (in Ukrainian).
4. Leonenko, P.V., & Yeshchenko, V.O. (2012). Skincheno-elementnyi analiz imitatsiinoi trokh-vymirnoi modeli biomekhanichnoi systemy «kistkova tkanyna – dentalnyi implantat – suprakonstrukttsiia». *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskiy politekhnichnyi instytut»*, 65, 105-109 (in Ukrainian).
5. Pavlenko, O.V., Leonenko, P.V., Kryshchuk, M.H., & Yeshchenko, V.O. (2013). Ratsionalne planuvannya khirurgichnykh ta ortopedychnykh rekonstruktyvnykh zakhodiv shliakhom stvorennia indyvidualnykh imitatsiinykh modelei biomekhanichnoi systemy z dentalnymi implantatamy. *Visnyk Ukrainiskoi medychnoi stomatolohichnoi akademii*, 21, 13, 25 – 29 (in Ukrainian).
6. Mandziuk, T., & Vovk, V. (2008). Ohliad problem kompiuternoho modeliuвання biomekhanichnykh system u stomatolohii. *Visnyk Lviv. un-tu Ser. prykl. matem. ta inform.*, 14, 105–122 (in Ukrainian).
7. Malanchuk, V.O., Kryshchuk, N.H., & Korotkoruchko, A.A. (2011). Osoblyvosti vidtvorennia funktsionalnykh navantazhen v imitatsiinykh modeliakh kistok serednoi zony oblychchia. *Ukrainskyi medychnyi chasopys*, 2 (82) III-IV (in Ukrainian).
8. Chujko, A.N., & Shinchukovskij, I.A. (2010). *Biomehanika v stomatologii*. H.: Izd-vo «Fort», 516 (in Russian).
9. Geramy, A., Adibrad, M., & Sahabi, M. (2010). The effects of splinting periodontally compromised removable partial denture abutments on bone stresses: a three-dimensional finite element study. *J Dent Sci.*, 5(1), 1–7 (in English).
10. del Castillo McGrath, M.G., Araujo-Monsalvo, V.M., Murayama, N, Martinez-Cruz, M.M., Justus-Doczi, R., Dominguez-Hernandez, V.M., Ondarza-Rovira, R. (2018). Mandibular anterior intrusion using miniscrews for skeletal anchorage: A 3-dimensional finite element analysis. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, October, Vol. 154, Issue 4 (in English).
11. Minch, L.E., Sarul, M.R., Nowak, Kawala, B., & Antoszewska-Smith, J. (2017). Orthodontic intrusion of periodontally-compromised maxillary incisors: 3-dimensional finite element method analysis. *Adv Clin Exp Med.*, 26 (5), 829–833 (in English).
12. Sagal, A.Y., Maruo, H., Argenta, M.A., Maruo, I.T., & Tanaka, O.M. (2016). Orthodontic intrusion of maxillary incisors: a 3D finite element method study *Dental Press J Orthod*. Jan-Feb., 21(1), 75-82 (in English).
13. Heravi, & et al. (2013). Effects of crown-root angle on stress distribution in the maxillary central incisors' PDL during application of intrusive and retraction forces: a three-dimensional finite element analysis. *Progress in Orthodontics*, 14, 26 (in English).
14. Gerami, & et al. (2016). Displacement and force distribution of splinted and tilted mandibular anterior teeth under occlusal loads: an in silico 3D finite element analysis. *Progress in Orthodontics*, 17, 16 (in English).
15. Kamblea, R.H., Lohkareb, S., Harareyc, P.V., & Mundadad, R.D. (2012). Stress distribution pattern in a root of maxillary central incisor having various root morphologies. A finite element study. *Angle Orthodontist*, 82, 5 (in English).
16. Grybauskas S, et al. (2017). Virtual planning of a composite model of bone and teeth to facilitate the adjustment of a hybrid distractor for the transport of alveolar bone. *Br J Oral Maxillofac Surg*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.bjoms.2017.04.009> (in English).
17. Hemanth, M., Shilpi deoli, Raghuvveer, H.P, Rani, M.S., Hegde, C., & Vedavathi, B. (2015). Stress Induced in the Periodontal Ligament under Orthodontic Loading (Part I): A Finite Element Method Study Using Linear Analysis. *Journal of International Oral Health*, 7(8), 129-133 (in English).
18. Liao, Zhipeng, Chen, Junning, Li, Wei, Darendeliler, Mali, Swain, Michael, Li, Qing (2016). Biomechanical Investigation into the Role of the Periodontal Ligament in Optimising Orthodontic Force: A Finite Element Case Study. *Archives of Oral Biology* <http://dx.doi.org/10.1016/j.archoralbio.2016.02.012> (in English).

Стаття надійшла в редакцію 7 червня 2019 року